



**UNDERVISNINGS
MINISTERIET**
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

Torsdag den 22. maj 2014
kl. 9.00 - 14.00

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-14 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. TEKST

Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. NOTATION OG LAYOUT

Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. FIGURER

I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. KONKLUSION

Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6.$$

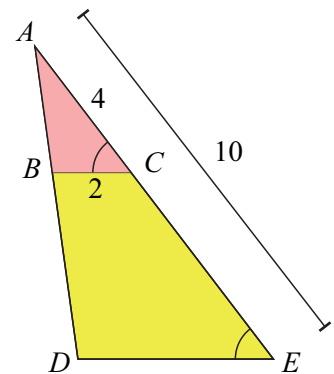
Grafen for f er en parabel.

Bestem koordinatsættet til parablens toppunkt.

Opgave 2 På figuren ses en model af et sejl ADE .

Det oplyses, at DE og BC er parallelle, samt at $|AE| = 10$, $|AC| = 4$ og $|BC| = 2$.

Bestem $|DE|$.



Opgave 3 Løs ligningssystemet

$$\begin{aligned} x + y &= 11 \\ 6x + 2y &= 42. \end{aligned}$$

Opgave 4 En cirkel er bestemt ved ligningen $x^2 - 6x + y^2 + 2y - 26 = 0$.

Bestem cirkelens radius og koordinatsættet til cirkelens centrum.

Opgave 5 En funktion f er givet ved

$$f(x) = ax^3 + 5x^2 + 2x + 1,$$

hvor a er en konstant.

Bestem a , så $f'(1) = -3$.

Opgave 6 Bestem integralet

$$\int \frac{2x}{x^2+7} dx.$$

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 7 Om trekant ABC oplyses, at $\angle A = 80^\circ$, $a = 12$ og $b = 11$.

- a) Bestem $\angle B$ og $\angle C$.
- b) Bestem længden af medianen m_a .

Opgave 8 I den internationale organisation ICCA har man siden 1963 opgjort det årlige antal møder. Tabellen viser det årlige antal møder for en række af årene efter 1963.

År efter 1963	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Antal møder	359	539	811	1195	1717	2452	3372	5107	8164	10969

I en model antages, at sammenhængen mellem det årlige antal møder og antal år efter 1963 kan beskrives ved funktionen

$$M(t) = b \cdot a^t,$$

hvor $M(t)$ er det årlige antal møder, og t er antal år efter 1963.

- a) Benyt tabellens data til at bestemme konstanterne a og b .
- b) Benyt modellen til at bestemme det årlige antal møder i 2010, og bestem fordoblingskonstanten.
- c) Bestem $M'(37)$, og forklar betydningen af dette tal.

Kilde: A Modern History of International Association Meetings 1963 until 2013.

Opgave 9 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 7,5x - 2.$$

- a) Skitsér grafen for f , og bestem en ligning for tangenten t til grafen for f i punktet $A(1, f(1))$.

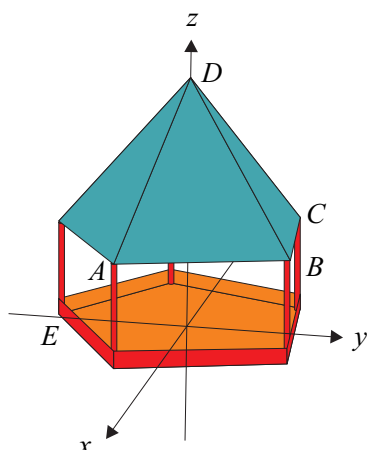
Tangenten t skærer grafen for f i et andet punkt B , og afgrænser sammen med grafen for f et område M , der har et areal.

- b) Bestem førstekoordinaten til punktet B , og bestem arealet af området M .

Opgave 10 En linje l går gennem to punkter $A(1,5)$ og $B(9,17)$.

- a) Bestem en parameterfremstilling for linjen l .
- b) Bestem koordinatsættet til projektionen af punktet $P(-10,21)$ på linjen l .

Opgave 11



- $A(24, -9, 16)$
- $B(15, 20, 16)$
- $C(-15, 20, 16)$
- $D(0, 0, 44)$
- $E(0, -25, 0)$

På figuren ses en model af et fuglehus indtegnet i et koordinatsystem med enheden cm på hver af de tre akser. Koordinaterne til nogle af fuglehusets hjørner er angivet på figuren.

- a) Bestem en ligning for den plan α , der indeholder tagfladen ABD .

Det oplyses, at planen β , der indeholder tagfladen BCD , kan beskrives ved ligningen

$$\beta: 7y + 5z - 220 = 0.$$

- b) Bestem den stumpe vinkel mellem tagfladerne ABD og BCD .
- c) Bestem afstanden fra punktet E til tagfladen BCD .

Opgave 12

Tabellen viser, hvordan det samlede antal familier med bil var fordelt på de fem regioner i Danmark et bestemt år.

	Hovedstaden	Sjælland	Syddanmark	Midtjylland	Nordjylland
Forventet andel i %	26	15	24	24	11

En stikprøve på 1005 familier med bil har givet følgende fordeling på de fem regioner i Danmark:

	Hovedstaden	Sjælland	Syddanmark	Midtjylland	Nordjylland
Antal	271	161	250	201	122

- a) Forklar, hvad der er stikprøve og population, og opstil en nulhypotese, som kan anvendes til at undersøge, om der er sket en ændring af fordelingen på de fem regioner.
- b) Undersøg på et 5% signifikansniveau, om nulhypotesen kan forkastes.

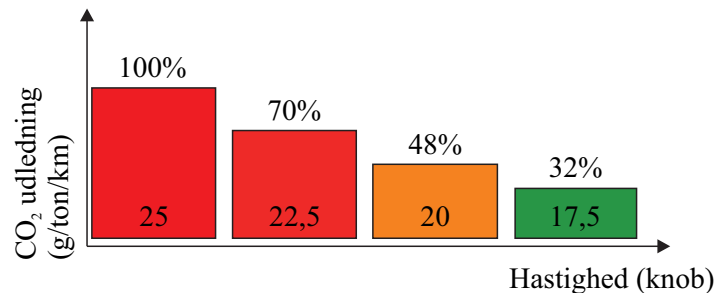
Opgave 13 I en model for et containerskibs CO₂-udledning kan skibets CO₂-udledning beskrives ved en funktion U , der er løsning til differentialligningen

$$\frac{dU}{dx} = 0,1518 \cdot U$$

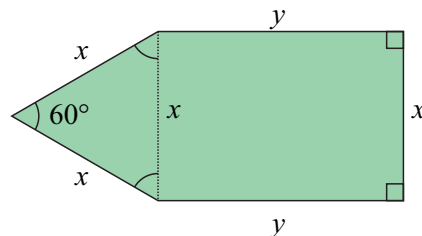
hvor U er skibets CO₂-udledning (målt i g/ton/km), og x er skibets fart (målt i knob).

I modellen er containerskibets CO₂-udledning på 6,25 g/ton/km, når skibets fart er 25 knob.

- Bestem en forskrift for U , og benyt denne til at bestemme skibets fart, når dets CO₂-udledning er 4 g/ton/km.
- Undersøg, om modellen understøtter påstanden, der fremgår af nedenstående figur, nemlig, at man kan reducere CO₂-udledningen fra 100% ved en fart på 25 knob til 32% ved en fart på 17,5 knob.



Opgave 14



En bestemt type byggegrund er sammensat af en ligesidet trekant med sidelængde x , og et rektangel med sidelængder x og y (se figur). Alle sidelængder måles i meter.

- Bestem byggegrundens omkreds og areal, når $x = 50$ og $y = 100$.

En bestemt byggegrund af denne type skal have en omkreds på 200 m.

- Bestem sidelængden y udtrykt ved x , og gør rede for, at byggegrundens areal T som funktion af x kan beskrives ved

$$T(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2} \right) x^2 + 100x.$$

- Bestem de værdier af x og y , der gør arealet af denne byggegrund størst mulig, når $20 \leq x \leq 60$.

